Marc-Robin Wendt

Ein Verfahren zur Bestimmung von Übergangswahrscheinlichkeiten in Musikstücken

Übergangswahrscheinlichkeiten für Musikstücke wurden bereits in den sechziger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts berechnet. Dieses mathematische Standardverfahren wurde dabei hauptsächlich auf melodische Verläufe angewandt. In dieser Arbeit wird versucht, ein Verfahren zur Analyse der rhythmischen Struktur eines Musikstückes mit Hilfe von Übergangswahrscheinlichkeiten anzugeben.
Im ersten Teil wird das mathematische Verfahren erläutert, welches im Folgenden auf notierte Musik angewendet wird. Als Abschluß wird noch auf Möglichkeiten eingegangen, Improvisationen resp. Klangaufzeichnungen mit diesem Verfahren zu bearbeiten.

1 Mathematische Grundlagen

Um die Allgemeingültigkeit des Verfahrens zu demonstrieren, aber auch in der Hoffnung, diese Methode verständlicher zu vermitteln, wird die Berechnung von Übergangswahrscheinlichkeiten an einem nichtmusikalischen Beispiel eingeführt.
Zum Begriff Wahrscheinlichkeit hat der Mensch einen intuitiven Zugang. Er kann damit umgehen, ohne mathematische Hintergründe oder gar eine mathematische Formulierung zu kennen. Die Mathematik tat sich entsprechend schwer, zu diesem intuitiven Begriff eine Theorie zu entwickeln, die dem strengen mathematischen Formalismus genügt. Somit ist die Wahrscheinlichkeitstheorie eine relativ junge Disziplin der Mathematik. Sie begann ihren Siegeszug in den dreißiger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts, ausgehend von einigen sowjetischen Mathematikern, und natürlich mit Rückgriff auf Theorien, die teilweise schon weit vorher bestanden hatten.
In ihrer einfachsten Form beschreibt die Wahrscheinlichkeit das Verhältnis von Anzahlen. Genauer handelt es sich um Anzahlen von Objekten oder Ereignissen, die sich in einer Folge von anderen Objekten oder Ereignissen befinden. Man stellt sich die Frage: Wie wahrscheinlich ist ein bestimmtes Ereignis in einer Folge von Ereignissen?
Das klassische Beispiel ist das Würfeln einer Sechs. Die Folge der Ereignisse wird zum Beispiel aus hundert Würfelergebnissen der einzelnen Würfe gebildet. Die Gesamtanzahl der Ereignisse ist hier 100. Nun zählt man die Anzahl der Sechsen in dieser Folge. Beträgt sie beispielsweise 17, so ist die Wahrscheinlichkeit 0,17 oder 17% für das Würfeln einer Sechs, was bei einem korrekten Würfel ein normaler Wert ist. [1]
Die Wahrscheinlichkeit wurde aus folgendem Quotienten errechnet:

$$\text{Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses} = \frac{\text{Anzahl dieses Ereignisses}}{\text{Anzahl aller möglichen Ereignisse}}$$

[1] Ein korrekter Würfel kann sechs Zahlen liefern. Diese sollten alle mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auftreten, d.h. wir müssen die 100% durch 6 teilen und erhalten 16,666..% Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer einzelnen Zahl.

In unserem Beispiel rechnet man also:

$$\text{Wahrscheinlichkeit, daß eine Sechs gewürfelt wird} =$$

$$= \frac{\text{Anzahl der gewürfelten Sechsen}}{\text{Anzahl der Würfe insgesamt}} = \frac{17}{100} = 0,17$$ [2]

Um nun zum Begriff der Übergangswahrscheinlichkeit zu gelangen, stellt man sich die Frage: Wie wahrscheinlich ist das Auftreten eines bestimmten Ereignisses nach einer Folge von vorhergehenden Ereignissen?
Bevor eine mathematische Formulierung folgt, soll eine Übergangswahrscheinlichkeit am konkreten Beispiel von Karl MAYs *Winnetou Teil 1* ausgerechnet werden. Als Folge von Objekten sind hier die Wörter des Romans gegeben. Hier der Anfang des ersten Kapitels:

Lieber Leser, weißt du, was das Wort Greenhorn bedeutet? eine höchst ärgerliche und despektierliche Bezeichnung für denjenigen, auf welchen sie angewendet wird.
Green heißt grün, und unter horn ist Fühlhorn gemeint. Ein Greenhorn ist demnach ein Mensch, welcher noch grün, also neu und unerfahren im Lande ist und seine Fühlhörner behutsam ausstrecken muß, wenn er sich nicht der Gefahr aussetzen will, ausgelacht zu werden.
Ein Greenhorn ist ein Mensch, welcher nicht von seinem Stuhle aufsteht, wenn eine Lady sich auf denselben setzen will; welcher den Herrn des Hauses grüßt, ehe er der Mistreß und Miß seine Verbeugungen gemacht hat; welcher beim Laden des Gewehres die Patrone verkehrt in den Lauf schiebt oder erst den Propfen, dann die Kugel und zuletzt das Pulver in den Vorderlader stößt.

Es wird nun gefragt: Wie wahrscheinlich ist, daß das Wort *mich* auf die Wortgruppe *wenn ich* folgt? Dazu müssen also Anzahlen von Wortgruppen mit je drei Wörtern bestimmt werden. Tabelle 1 zeigt die am häufigsten vorkommenden Wortgruppen in den ersten beiden Teilen des *Winnetou.*

[2]Es liegt in der Natur dieser Formel, daß die Werte für die Wahrscheinlichkeit stets zwischen 0 und 1 liegen. Um zur gewohnte Schreibweise in % zu gelangen, wird die Wahrscheinlichkeit mit 100 multipliziert.

Winnetou Teil 1
Anzahl der Wörter = 160547
Anzahl der verschiedenen
Wortgruppen = 145380

Wortgruppe	Anzahl
ich mich nicht	79
wenn ich mich	75
mich nicht irre	68
ntschu tschuna und	35
in der Nähe	30
Stone und Parker	27
tschuna und Winnetou	27
daß ich mich	26
mit dem Messer	24
so ist es	22
in das Wasser	22
Bruder Old Shatterhand	21
als ob er	20
Ganz und gar	20
daß ich es	20

Winnetou Teil 2
Anzahl der Wörter = 162227
Anzahl der verschiedenen
Wortgruppen = 148657

Wortgruppe	Anzahl
in der Nähe	40
Häuptling der Apachen	39
ich mich nicht	35
Der Häuptling der	32
Die Krieger der	32
daß er sich	31
wenn ich mich	29
Krieger der Comanchen	29
mich nicht irre	26
so ist es	25
in der Hand	22
sagte Old Death	21
Der weiße Biber	21
daß sie sich	20
Ich kalkuliere da	20
als ob er	20
daß wir uns	20

Dargestellt sind nur Wortgruppen, die häufiger als 19 mal vorkommen.

Tabelle 1 Anzahlen von Wortgruppen zu je drei Wörtern in *Winnetou Teil 1+2*

Um die Übergangswahrscheinlichkeit herauszufinden, mit der das Wort *mich* auf die beiden Wörter *wenn ich* folgt, muß man sich fragen, welche anderen Wörter könnten sonst auf *wenn ich* folgen. Dabei interessiert vor allem die Anzahl dieser anderen Wörter. Denn dies ist die Anzahl der möglichen Ereignisse, wie sie oben im Quotienten für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit gefordert wird.
Die Anzahl des bestimmten Ereignisses, nähmlich das Auftreten der Wortgruppe *wenn ich mich*, ist bereits in der Tabelle zum Teil 1 enhalten. Diese Anzahl beträgt 75.
Tabelle 2 zeigt die möglichen anderen Wörter, die auf *wenn ich* im Teil 1 des *Winnetou* folgen können. Die Übergangswahrscheinlichkeiten wurden in Analogie zur oben angegeben Formel für die Wahrscheinlichkeiten wie folgt berechnet:

$$\text{Übergangswahrscheinlichkeit, daß das Wort XXXX auf } \textit{wenn ich} \text{ folgt} =$$

$$= \frac{\text{Anzahl der Wortgruppe } \textit{wenn ich XXXX}}{\text{Anzahl der Wortgruppe } \textit{wenn ich}}$$

Wird dies nun am Beispiel der Wortgruppe *wenn ich mich* durchgerechnet, ergeben sich folgende Werte:
Anzahl der Wortgruppe *wenn ich mich* = 75
Anzahl der Wortgruppe *wenn ich*= 186
Übergangswahrscheinlichkeit für das Wort *mich* = 0.403
oder
In ca. 40% des Auftretens der Wortgruppe *wenn ich* folgt das Wort *mich*.

Wortgruppe	Anzahl	Übergangswahrscheinlichkeit
wenn ich mich	75	0.403
wenn ich nicht	8	0.043
Wenn ich ihn	7	0.038
wenn ich es	6	0.032
Wenn ich Euch	4	0.022
wenn ich meine	4	0.022
Wenn ich sie	4	0.022
Wenn ich ertrinke	4	0.022
Wenn ich einen	3	0.016
Wenn ich gesagt	3	0.016
wenn ich jetzt	3	0.016
wenn ich an	2	0.011
Wenn ich von	2	0.011
Wenn ich bei	2	0.011
wenn ich wüte	2	0.011
wenn ich die	2	0.011
Wenn ich auch	2	0.011
wenn ich wieder	2	0.011
wenn ich mir	2	0.011
Wenn ich aber	2	0.011
wenn ich mit	1	0.00537
Wenn ich dann	1	0.00537
wenn ich heut	1	0.00537
wenn ich diesem	1	0.00537
wenn ich zauderte	1	0.00537
wenn ich ja	1	0.00537
wenn ich erfahren	1	0.00537
Wenn ich ehrlich	1	0.00537
wenn ich [mich]	1	0.00537
wenn ich wollte	1	0.00537
wenn ich auf	1	0.00537
wenn ich dazukäme	1	0.00537
Wenn ich vorhin	1	0.00537

Wortgruppe	Anzahl	Übergangswahrscheinlichkeit
wenn ich der	1	0.00537
wenn ich alt	1	0.00537
Wenn ich sein	1	0.00537
wenn ich so	1	0.00537
wenn ich bestehe	1	0.00537
Wenn ich Winnetou	1	0.00537
wenn ich alter	1	0.00537
wenn ich geschwiegen	1	0.00537
wenn ich hörte	1	0.00537
wenn ich durch	1	0.00537
wenn ich stark	1	0.00537
wenn ich schlief	1	0.00537
wenn ich dich	1	0.00537
wenn ich nur	1	0.00537
Wenn ich ins	1	0.00537
wenn ich floh	1	0.00537
wenn ich das	1	0.00537
Wenn ich dir	1	0.00537
wenn ich deinen	1	0.00537
Wenn ich sprach	1	0.00537
Wenn ich eine	1	0.00537
wenn ich nachher	1	0.00537
wenn ich hätte	1	0.00537
wenn ich ein	1	0.00537
Wenn ich scharf	1	0.00537
wenn ich ihnen	1	0.00537
wenn ich gewollt	1	0.00537
wenn ich grad	1	0.00537
wenn ich keinen	1	0.00537
wenn ich selbst	1	0.00537
Wenn ich zu	1	0.00537
wenn ich am	1	0.00537
wenn ich schlafen	1	0.00537

Tabelle 2 Anzahlen und Übergangswahrscheinlichkeiten aller Worte, die auf *wenn ich* folgen in *Winnetou* Teil 1

Mathematische Formulierung der Übergangswahrscheinlichkeit

Sei X eine Menge.

$x = (x_o, x_1, \dots, x_n) \in X^n$ sei eine endliche Folge von Elementen von X.

$y = (y_o, \dots, y_m) \in X^m$ sei eine weitere endliche Folge von Elementen von X.

Mit $\sigma(x, y)$ wird die Anzahl bezeichnet, mit der y in x vorkommt, d.h.

$$\sigma(x, y) := \mathrm{card}\{(x_i, \dots, x_{i+m}) \mid x_i = y_1, \dots, x_{i+m} = y_m\}.$$

Es wird mit $y' = (y_o, \dots, y_{m-1}) \in X^{m-1}$ die um das Element y_m verkürzte Folge y bezeichnet.

Die Übergangswahrscheinlichkeit $p(x, y', y_m)$, mit der das Element y_m auf die Folge $y' = (y_o, \dots, y_{m-1})$ in x folgt, wird durch folgenden Quotienten gegeben

$$p(x, y', y_m) := \frac{\sigma(x, y)}{\sigma(x, y')} = \frac{\text{Anzahl von } y \text{ in } x}{\text{Anzahl von } y' \text{ in } x}$$

Im Beispiel von *Winnetou* Teil 1 haben die Variablen folgende Belegung:

X = Menge der Wörter einer oder mehrerer Sprachen

n = Anzahl der Wörter im Roman = 160547

$x = (x_1, \dots, x_{160547})$ ist der Roman selber, wobei die Wörter de facto durchnummeriert werden.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
Lieber	*Leser,*	*weißt*	*du,*	*was*	*das*	*Wort*	*Greenhorn*
x_9					$\dots$		

bedeutet? - - eine höchst ärgerliche und despektierliche Bezeichnung für denjenigen, auf welchen sie angewendet wird. [...]

$y = (\text{wenn}, \text{ich}, \text{mich})$ und damit ist $y' = (\text{wenn}, \text{ich})$

$$p(x, y', y_m) = \frac{75}{186} = 0,403$$

2 Übergang zum Informationsgehalt

Die Umrechnung der Übergangswahrscheinlichkeit in den Informationsgehalt ist ein Perspektivwechsel. Es ist der Verdienst SHANNONs, den mathematischen Weg für diesen Wechsel gefunden zu haben. Die Werte werden mit Hilfe der Logarithmusfunktion umgerechnet.

Claude Elwood SHANNON (1916-2001) gilt als der Begründer der Informationstheorie. In seiner fundamentalen Arbeit „A mathematical theory of communication“ (Bell System Technical Journal, vol. 27, pp. 379-423 and 623-656, Juli und Oktober 1948) beschreibt er nicht nur den Weg, um von Wahrscheinlichkeiten zum Informationsgehalt zu kommen, sondern legt gleichzeitig den Grundstein für eine Theorie der Informationsübertragung und damit der Kommunikation. Eine verständliche Einführung in dieses Gebiet befindet sich in den ersten Kapiteln von Norbert WIENERs Buch „Mensch und Menschmaschine“, 1952 in Deutschland erschienen.

Wesentlich genutzt wird die Eigenschaft der Übergangswahrscheinlichkeit, stets zwischen 0 und 1 zu liegen. Solche Werte werden vom Logarithmus auf negative Zahlen abgebildet,

welche betragsmäßig größer werden, je näher die Wahrscheinlichkeit bei Null liegt, d.h. je unwahrscheinlicher das Ereignis ist.
Folgt man Shannons Argumentation, so müssen Ereignisse, die unerwartet kommen, also unwahrscheinlich sind, einen hohen Informationsgehalt haben. Leicht vorhersehbare Ereignisse mit entsprechend hoher Wahrscheinlichkeit bringen wenig Information mit sich und haben deswegen einen geringen Informationsgehalt. Dieser Zusammenhang wird durch die Logarithmusfunktion realisiert.
Mathematisch präsentiert sich der Informationsgehalt I als Funktion von x, y' und y_m:

$$I(x, y', y_m) := -\log p(x, y', y_m)$$

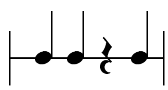
Das Symbol $p(x, y', y_m)$ bleibt wie oben erklärt. Die Basis des Logarithmus spielt keine wesenliche Rolle, da ein Basiswechsel nur quantitative Unterschiede in den Ergebnissen bringt. Die hier benutzte wesentliche Eigenschaft des Logarithmus, die Verhältnisse der Wahrscheinlichkeit umzukehren, wird dadurch nicht angetastet. Das negative Vorzeichen in der Formel macht aus den eigentlich negativen Werten der Logarithmusfunktion positive Zahlen.
Ist dieser Perspektivenwechsel vollzogen, lassen sich die erhaltenen Werte beispielsweise in einem Diagramm darstellen. Damit erhält man einen graphischen Überblick über die gesamte Ereignisfolge. Unwahrscheinliche Ereignisse erscheinen besonders exponiert und hervorgehoben gegenüber den Ereignissen mit hoher Wahrscheinlichkeit. Entsprechende Diagramme zu den folgenden Beispielen befinden sich im Anhang.

3 Rhythmische Analyse

3.1 Einstimmige Musik

Für die rhythmische Analyse interessieren nur die Notendauern und ihre Position innerhalb des Stückes. Qualitäten wie Tonhöhe oder Lautstärke werden ausgeblendet. Mehrstimmige Stücke können genauso betrachtet werden wie einstimmige.
Um zu einer Folge von Objekten zu kommen, für die Übergangswahrscheinlichkeiten berechnet werden können, wird das Stück in gleichgroße Segmente unterteilt. Die Größe der Segmente orientiert sich am kleinsten Notenwert.
Nachdem ein Musikstück segmentiert wurde, kann eine Folge abgeleitet werden, die die Reihenfolge von klingenden und nichtklingenden Momenten repräsentiert. Die klingenden Momente werden dabei durch 1 symbolisiert, nichtklingende durch 0. Auf diese Folge kann nun die oben beschriebene Methode zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten angewandt werden.

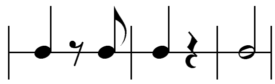
Beispiele
Wenn alle Noten bzw. Pausen die gleiche Dauer haben, braucht keine weitere Aufteilung zu erfolgen:



1 1 0 1

Wenn Noten bzw. Pausen mit unterschiedlichen Dauern auftreten, müssen die längeren Noten bzw. Pausen aufgeteilt werden:

vor der Aufteilung



nach der Aufteilung

1 1 0 1 1 1 0 0 1 1 1 1

Man kann sich zum Beispiel die Frage vorlegen: Wie wahrscheinlich ist das Auftreten einer Null nach drei Einsen? oder wieder ins musikalische zurückübersetzt: Wie wahrscheinlich ist eine Achtel-Pause nach drei Achtel-Noten (oder einer punktierten Viertel-Note oder einer Viertel-Note mit einer anschließenden Achtel-Note)?

Was hier in Klammern als Alternativen angeboten wird, zeigt aber gleichzeitig eine Besonderheit des Verfahrens. Ein Musikstück auf eine Kette von Nullen und Einsen zu reduzieren, bedeutet natürlich einen enormen Informationsverlust. Es bleiben nicht nur die melodischen und dynamischen Aspekte unberücksichtigt. Es läßt sich aus dem derart reduzierten Musikstück nicht mehr ableiten, welche Notenlängen den klingenden Momenten zugrunde lagen. Es kann nicht mehr entschieden werden, ob zwei aufeinanderfolgende Einsen ursprünglich zwei Achtel-Noten waren oder eine Viertel-Note. Hier gehen essentielle rhythmische Informationen verloren. Daß die Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten und ein Perspektivwechsel zum Informationsgehalt dennoch Aussagen über die Struktur eines Stückes liefern kann, soll an den beiden folgenden Beispielen demonstriert werden.

3.2 Beispiel Steve Reich - Clapping Music / clap 2

Die Wahl ist auf dieses Stück gefallen, weil es eine klare, übersichtliche rhythmische Struktur besitzt. Es läßt sich leicht eine Erwartungshaltung gegenüber dem Verfahren entwickeln. Durch die Abwesenheit von jeglicher Melodie sind musikalische Besonderheiten nie melodischen Erfordernissen unterworfen, sondern stets rhythmisch begründet.

Jeder Takt wird zwölfmal wiederholt. Ein Taktwechsel stellt eine rhythmische Ungewöhnlichkeit dar. Das Verfahren sollte Daten liefern, die diese Taktwechsel entsprechend widerspiegeln.

Zunächst wird nur *clap 2* betrachtet. Durch die zwölfmalige Wiederholung der Takte ergibt sich eine Folge von 1872 Nullen und Einsen.

Der Anfang sieht so aus: 1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0 1 1 0 1 1 ....

Für diese Stellen wurden die Übergangswahrscheinlichkeiten und danach der Informationsgehalt berechnet und in den Diagrammen 1 bis 12 dargestellt. Da die Diagramme den Rahmen einer A4-Seite bei weitem sprengen, gibt es nur in der online-Version dieser Arbeit einen Anhang, in dem sich die Diagramme befinden und vergrößern lassen.

Für Diagramm 1 wurden die Übergangswahrscheinlichkeiten eines Moments auf einen vorhergehenden berechnet und dann entsprechend Abschnitt 2 in den Informationsgehalt umgerechnet.

Im Diagramm 12 sind die Übergangswahrscheinlichkeiten (resp. Informationsgehalt) eines Moments auf zwölf vorhergehende Momente dargestellt. Die Darstellung in den anderen Diagrammen ist analog.

clapping music

for two performers

steve reich

Jeden Takt zwölfmal wiederholen

Die Zahlen zwischen den Notenzeilen geben den jeweiligen Stand in der Nummerierung der Achtel-Noten an.

Zur Auswertung der einzelnen Diagramme:

Diagramm 1 läßt noch keine Struktur des Musikstückes erkennen. Lediglich an Position 1153 ist ein deutlich höherer Informationsgehalt der angezeigten Stelle zu sehen. Hier wird durch das Verfahren die doppelte Achtel-Pause am Taktwechsel von Takt 8 zu 9 honoriert. Diese Doppelpause ist einmalig im Stück, weshalb ihr Auftreten entsprechend unwahrscheinlich ist und sich durch einen relativ hohen Informationsgehalt auszeichnet.

In Diagramm 3 sind zusätzlich noch die Stellen 577 und 1729 hervorgetreten. An diesen beiden Stellen wird die Aufeinanderfolge von fünf Achtel-Noten angezeigt, welche im gesamten Stück zweimal vorkommt. Die Taktwechsel an den anderen Takten lassen sich durch „Musterwechsel“ bereits erahnen.

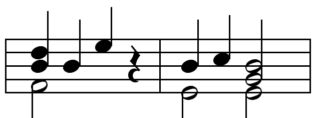
Sieben der zwölf Taktwechsel sind in Diagramm 5 deutlich zu erkennen. Ab Diagramm 6 sind alle Taktwechsel ausgezeichnet. Die folgenden Diagramme 7 bis 12 bieten dabei keine neuen Erkenntnisse. Es verschieben sich lediglich die relativen Unterschiede zwischen den Momenten mit hohem Informationsgehalt zu denen mit geringen.

Resümierend sei hier festgehalten, daß bereits mit Folgen von sieben Momenten (ab Diagramm 6) die wesentliche rhythmische Struktur des Stückes herausgefiltert wurde. Daraus ließe sich vermuten, daß bereits sieben aufeinanderfolgende Momente (Töne genauso wie Pausen) jeden Takt bereits prägen und konstituieren. Betrachtet man nun zum Beispiel die ersten sieben Momente jedes Taktes genauer, sind die Takte 3 und 8 in den ersten sechs Stellen identisch, aber an der siebenten Stelle verschieden. Die anderen Takte waren bereits in den ersten sechs Stellen verschieden (abgesehen von den Takten 1 und 13, die sowieso identisch sind).

3.3 Mehrstimmige Musik

Um zu einer Repräsentation von mehrstimmiger Musik zu gelangen, werden die klingenden Momente eines bereits segmentierten Musikstückes nicht mehr nur durch eine 1 dargestellt, sondern durch die Anzahl der klingenden Töne in diesem Moment. Ist dies nur ein Ton, bleibt es bei der Darstellung durch die 1. Klingen zwei Töne, wird dieser Moment durch eine 2 gekennzeichnet. u.s.w.

Bsp.



3 2 1 0 2 2 3 3

Auf eine so gewonnene Folge kann wiederum die Methode zur Bestimmung der Übergangswahrscheinlichkeiten angewendet werden.

3.4 Beispiel Steve Reich - Clapping Music

Betrachtet werden *clap 1* und *clap 2*. Die ersten beiden Takte des Stückes sehen jetzt so aus (Taktwiederholung nicht berücksichtigt): 2 2 2 0 2 2 0 2 0 2 2 2 2 1 1 2 1 1 1 1 2 1 1 ...
Die Ergebnisse der Berechnungen sind in den Diagrammen 13 bis 24 dargestellt. Die Diagramme sind dabei im analogen Verfahren zu den Diagrammen 1 bis 12 erstellt worden.
Bereits in Diagramm 13 erkennt man jetzt deutlich die Abschnitte des Stücks. Die Abschnitte sind dabei nicht, wie in Diagramm 7, durch einzelne Momente mit auffällig hohem Informationsgehalt getrennt, sondern unterscheiden sich durch ihre „Muster", durch wiederholende Figuren. Insofern entspricht das Verfahren bereits bei einer Auswertung von zwei aufeinander folgenden Momenten (Achtel-Noten) der Erwartung, die Taktstruktur des Stückes erkennbar zu machen. Hier unterscheidet sich diese mehrstimmige Analyse schon merklich von der einstimmigen Analyse. Die analoge Darstellung in Diagramm 1 hatte noch keine nennenswerten Informationen über die Struktur des Stückes bringen können.
Ebenso wie in Diagramm 1 ist auch in Diagramm 13 die Position 1153 deutlich hervorgehoben, wo sich (wie oben bereits erwähnt) das einmalige Auftreten zweier aufeinander folgenden Achtel-Pausen niederschlägt.
Noch deutlicher treten die unterschiedlichen Takte in Diagramm 14 hervor. Hier liegen Folgen von drei Momenten den Berechnungen zugrunde, d.h. die Wahrscheinlichkeit eines Moments auf zwei vorhergehende. Besonders fällt Takt 7 auf (ab Position 865) durch sein „eingeebnetes" Muster. Dieses kommt durch ein besonderes Gleichmaß im Takt zustande. Es gibt keine Pause in beiden Stimmen gleichzeitig.
Übertragen in die Zahlenfolge sieht der Takt so aus: 1 2 1 1 2 1 1 2 1.
Stets der Wechsel zweier Einsen mit einer Zwei. Die zwölfmalige Wiederholung des Taktes findet letztlich im Diagramm ihren gebührenden Eingang. In der Tat entsteht an dieser Stelle ein monotoner Klangeindruck. Dieser kann durch räumlichen Klang zweier Schallquellen (zwei Performer) etwas kompensiert werden, aber es macht diese Stelle rhythmisch nicht

abwechslungsreicher. Die generelle Strategie, *clap 2* mit jedem Taktwechsel um eine Achtel-Note zu verschieben, führt hier in ihrer Konsequenz zu einer musikalisch uninteressanten Stelle, da das Gehör die relativ kurze Struktur gut memorieren und die folgenden Momente vorhersehen kann. Diese Vorhersehbarkeit wird durch den relativ geringen Informationsgehalt der einzelnen Momente im Takt 7 wiedergespiegelt.
Die letzten Takte sind in Diagramm 14 noch klarer zu unterscheiden als in Diagramm 13. Im folgenden Diagramm 15 sind die Positionen 577 und 1729 analog zum Diagramm 3 auffällig. Die Aufeinanderfolge von fünf Achtel-Noten in *clap 2* wird auch hier reflektiert.
Analog zu den Betrachtungen zu Diagramm 6 sind in diesem Fall ab der Betrachtung von Folgen mit sieben Momenten (Diagramm 18) alle Taktanfänge durch Positionen mit besonders hohem Informationsgehalt gekennzeichnet. Es wiederholt sich die obige Argumentation.
Wie sich zeigt, liefert die mehrstimmige Betrachtung an diesem Beispiel die gleichen Informationen wie der einstimmige Fall. Darüber hinaus ist die globale Struktur optisch schon bei Betrachtung von kürzeren Folgen von Momenten klar zu erkennen. Auch hier bringt die Verlängerung der betrachteten Folgen keinen Erkenntniszuwachs, d.h. in den Diagrammen 19 bis 24 treten nur noch quantitative Veränderungen gegenüber dem Diagramm 18 auf, zu wesentlichen qualitativen Änderungen kommt es nicht mehr.

3.5 Beispiel Johann Christoph Bach - Mit Fried und Freud fahr ich dahin (Fughette)

Um das Ergebnis gleich vorweg zu nehmen: Das Verfahren liefert bei diesem Beispiel eine Übersicht über das Ein- und Aussetzen der Stimmen und markiert auffällige Pausen. Um dies zu sehen, wurde die Fugette in Segmente von je einer Achtel-Note Länge unterteilt. Die sechzehntel Note im Takt ab Nr. 97 hätte eigentlich eine Segmentierung in Sechzehntel-Längen erfordert. Mit oben beschriebener Besonderheit des Verfahrens würden nach Übertragung in die Zahlenfolge die beiden Sechzehntel-Noten nicht von einer Achtel-Note unterscheidbar sein, weshalb diese eine Stelle gleich als Achtel-Note gewertet werden kann, ohne Auswirkung auf die Ergebnisse.
Es sei darauf hingewiesen, daß die Vorgehensweise der Segmentierung robust gegenüber Veränderungen in der Größe der Segmente ist. Kann man ein Musikstück beispielsweise in Viertel-Noten segmentieren, so brächte eine Aufteilung in Achtel-Noten genau die selben Ergebnisse. Der Rechenaufwand wäre nur ungemein höher.
Aus dieser Kenntnis heraus wurde die Fugette also in Segmente der Länge einer Achtel-Note unterteilt. Aus der daraus gewonnenen Zahlenfolge wurden die Diagramme 25 bis 35 berechnet. Beim ersten Vergleich der Diagramme fällt sofort auf, daß sich mit Zunahme der berücksichtigten Anzahl vorhergehender Noten keine qualitativen Unterschiede in den Diagrammen einstellen. Der optische Eindruck bleibt stets derselbe. Bereits in Diagramm 25 hervortretene Stellen bleiben markant und es kommen keine neuen markanten Positionen in den folgenden Diagrammen hinzu.
Betrachtet man die Stellen mit relativ hohem Informationsgehalt genauer, findet man an diesen Stellen das Einsetzen der zweiten oder dritten Stimme oder eine Pause (was dem Aussetzen einer Stimme gleichkommt). So wird an der Position 19 das Einsetzen der ersten Wiederholung des Themas angezeigt und an Position 35 die zweite Wiederholung. Die markante Stelle 59 zeigt die Themenwiederholung im Pedal an.
Diese Stelle wird aber nur deswegen so ausgezeichnet, weil sich an dieser Stelle für die Dauer einer Viertel-Note eine Vierstimmigkeit ergibt. Würde das a am Taktbeginn nur eine Viertel-Note sein, erschiene das Einsetzen des Pedals im Diagramm nicht mehr hervorgehoben. Diese Position wäre völlig nivelliert. Im harmonischen Verlauf ist diese Länge des a aber nötig,

Mit Fried und Freud fahr ich dahin

(Fughette)

Johann Christoph Bach

Die Zahlen über den Takten geben die Zählung der Achtelnoten wieder.

da es das folgende a-moll vorbereitet und fundiert. Hier überschneiden sich harmonische Erfordernisse mit der rhythmischen Besonderheit, daß das Thema erst im zweiten Viertel des Taktes bzw. eigentlich mit einer Pause beginnt. Man wird hier explizit auf diese Besonderheit gestoßen.
Die Positionen 93 und 94 signalisieren das Aussetzen und Wiedereinsetzen der zweiten Stimme. In Wirklichkeit tritt dort die Pause der zweiten Stimme in Erscheinung. Diese Pause ist ein Mittel, um die Repetition des Themas vorzubereiten. Gleichzeitig ist sie aber schon Teil des Themas, welches nun um zwei Viertel-Noten verschoben in Erscheinung tritt.
Ebenso wie an der Stelle 93 wird an den Stellen 145, 153, 161 und 169 den Pausen ein hoher Informationsgehalt verliehen. Die Anzahl der Stimmen variiert in diesen Takten, was zusätzlich zur besonderen Ausprägung dieser Stellen beiträgt. Die Pausen sind hier bewußt als rhythmisches Mittel eingesetzt, um eine Spannung zwischen Einsetzen der Harmonie am Taktbeginn und dem melodischen Lauf in Achtel-Noten zu erzeugen. Das Verschwinden der Pause im darauffolgenden Takt wird durch ein „Verschwinden“ des Informationsgehaltes in diesem Takt belegt.
Der vierstimmige Schlußakkord wird an der Position 193 im Diagramm mit dem entsprechend hohen Informationsgehalt angezeigt. Diese Hervorhebung ist der Vierstimmigkeit geschuldet, im Gegensatz zur davor klingenden Dreistimmigkeit.

3.6 Zusammenfassende Betrachtungen zur rhythmischen Analyse

Im eigentlichen Sinne stellt diese Analyseform keine rhythmische Analyse dar, da die Notendauern nicht ausreichend Eingang in die Ergebnisse finden. Vielmehr zeigen auch die Beispiele, hier ein Verfahren zu haben, welches Pausen und Ein- und Aussetzen von Stimmen anzeigt und damit einen globalen Überblick über die Struktur des Stückes ermöglicht. Das gesamte Stück stets in die Analyse einzubeziehen, unterstützt diese Globalität.
Die Übergangswahrscheinlichkeiten werden ausgehend vom gesamten Stück berechnet. Das wiederspricht aber eigentlich der Idee der Übergangswahrscheinlichkeiten in Verbindung mit den Hörmöglichkeiten. Der zeitliche Ablauf der Aufführung bleibt völlig unberücksichtigt. Der Hörer kann Erwartungswerte gegenüber den folgenden Momenten nur anhand des bereits Gehörten ableiten. Er hat keine globale Draufsicht auf das Stück, sondern nur einen Kenntnisstand, der vom zeitlichen Ablauf des Stückes abhängt. Diese zeitliche Komponente in das Verfahren einzuarbeiten, bringt einen erheblichen Theoriezuwachs mit sich, ist aber nicht undenkbar. Es würde bedeuten, die Übergangswahrscheinlichkeit eines Momentes nur aus den davorliegenden, bereits vergangenen zu berechnen.
Notendauern würden dadurch noch nicht stärker berücksichtig. Ein Ansatz, um die Notendauern in einer entsprechenden Zahlenfolge zu codieren, ist die Einführung von „Trennsymbolen“ zwischen den einzelnen Segmenten. Die Trennsymbole könnten anzeigen, wieviel Töne in das nächste Segment hinüberklingen. Hierdurch bestünde die Chance, tatsächliche Rhythmuswechsel oder -abweichungen statistisch herauszufiltern. Ein Stück derart zu codieren ist „per Hand“ wahrscheinlich undurchführbar, aber entsprechend automatisiert möglich.
Lohnend ist dieses Verfahren sowieso erst, wenn größere Musikstücke untersucht werden sollen, bei denen die Struktur nicht von vornherein offensichtlich ist und die globale Struktur aufgrund ihres Umfangs unübersichtlich wird. Diese Analysemethode kann dabei einen Einstieg zur ausführlichen Analyse geben. Wie in den beiden Beispielen demonstriert, entsprechen den ausgezeichneten Stellen in den Diagrammen stets auch musikalisch relevante Stellen im Musikstück. Das damit nicht alle musikalisch interessanten Momente gefunden werden können, ist nur natürlich, bleiben doch harmonische und melodische Aspekte unverarbeitet.

4 Analyse von Improvisationen

Improvisationen musikalisch zu analysieren, setzt in der Regel voraus, sie aufzuzeichnen und reproduzierbar zu erhalten. Damit ist von vornherein ein Teil des „Geistes“ der Improvisation verlorengegangen und dieser Analysemethode nicht zugänglich. Improvisationen haftet stets das Intentionale an, sowohl beim Musikschaffenden als auch beim Hörer. Diesen Absichten und Gegebenheiten, die gerade das Intentionale bilden, kann ein mathematisches Verfahren schwer gerecht werden, zumal die Intentionen vielfältiger Natur sein können. Ergebnisse, die durch die Analyse berechnet werden, sollten aber im Sinne der Improvisationsabsicht interpretiert werden. Liefert die Analyse markante Stellen in der Improvisation, so sind diese nicht rein auf die musikalische Struktur zu beziehen, sondern stellen stets ein psychologisches Moment der Aufführenden dar und vielleicht auch der Rezipienten. Insofern sind musikalische Besonderheiten in einer Improvisation nicht zwingend die Folge der musikalischen Entwicklung bis zu diesem Zeitpunkt. Vielmehr können sie die Konsequenz eines speziellen Kommunikationsprozesses sein, der zwischen den an der Improvisation teilhabenden Menschen stattfindet.

Um zu einer Ereignisfolge zu gelangen, für die Übergangswahrscheinlichkeiten berechnet werden können, wird von vornherein, wie bereits bei notierter Musik, ein Informationsverlust in Kauf genommen. Allerdings sollte dieser Informationsverlust nachvollziehbar und gezielt stattfinden.

Ein denkbarer Weg, die Ereignisfolge zu erstellen, führt über den Zwischenschritt der Transskription in Notenschrift. Dieser Weg scheint aber aus drei Gründen ungeeignet:

1. Zum einen findet bei der Transskription ein enormer Informationsverlust statt, da der improvisierten Musik das metrische System aufgezwungen wird. Alle Ungenauigkeiten im Zusammenspiel und im Einsatz von Stimmen und/oder Instrumenten werden durch die Übertragung „ausgebügelt“. Dadurch mag zwar die musikalische Absicht, die der Improvisation zugrunde lag, notiert werden, eine Absicht, welche durch das Unvermögen der Spieler vielleicht gar nicht realisiert wurde, aber diese Spielungenauigkeiten gehören zum Wesen der Improvisation und sollten in einer veritablen Analyse Berücksichtigung finden.
2. Zum andern hat sich der Transskriptor durch die Übertragung so sehr mit dem Musikstück vertraut gemacht, daß er in der Regel eine passable Analyse vorlegen kann, ohne eine mathematische Methode zu Hilfe nehmen zu müssen. Die mathematische Analyse erhält ihren Sinn gerade dadurch, daß sie den Einstieg in eine detailliertere Auseinandersetzung unterstützen soll, indem sie mit ihren Ergebnissen Fingerzeige auf markante Stellen und größere Sinnabschnitte bietet. Nach dem aufwendigen Prozeß der Transskription sind diese Stellen dem Analysten sicher bekannt, so daß er durch die mathematische Methode allenfalls Bestätigung finden kann, aber keinen Erkenntniszuwachs.
3. Die wenigste improvisierte Musik scheint für eine Transskription geeignet. Das starre Notensystem kann allzu freie rhythmische Verläufe und melodische/harmonische Extravaganzen (vom Standpunkt der abendländischen Musik) nur ungenügend oder gar nicht repräsentieren. Häufig kann man sich durch das Einführen von Zusatzsymbolen behelfen, aber dadurch entzieht man die Musik dem Zugriff durch das mathematische Verfahren. Die Transskription tendiert dann weniger zu notierter Musik als zu einer graphischen Darstellung der Musikgeschehens.

Ziel sollte es sein, zu einer Ereignisfolge zu gelangen, bevor eine detaillierte Auseinandersetzung mit dem Stück stattgefunden hat bzw. ohne Zwischenschritte in andere Notations- oder Repräsentationssysteme. Dabei muß auch der doppelte Informationsverlust durch die Transskription vermieden werden (da durch den Übergang von der notierten Improvisation zur Ereignisfolge ebenfalls ein Informationsverlust stattfindet, siehe Abschnitt 3.1).

Variante 1

Die im folgenden beschriebene Methode des Erzeugens der Ereignisfolge hat mit der Transskription gemein, daß sie manuell durchgeführt wird. Hierbei ergibt sich wieder das oben unter 2. beschriebene Problem, einer intensiveren Auseinandersetzung schon vor der eigentlichen Analyse. Allerdings ist bei dieser Methode die Beschäftigung mit dem Musikstück bei weitem nicht so tiefgreifend, wie bei der Transskription.
Wird das im Abschnitt 3 beschriebene Verfahren genauer betrachtet, bemerkt man, daß die wesentlichen Arbeitsschritte in der Segmentierung und in der Zählung der klingenden Töne liegen. In den einzelnen Segmenten darf es dabei nicht zu einer Veränderung der Anzahl der klingenden Töne kommen.
Eine zeitliche Aufteilung einer Improvisation muß diesem Kriterium genügen. Über das improvisierte Musikstück wird ein Zeitraster gelegt, in dessen gleichgroßen Zeitsegmenten die Anzahl der Stimmen bzw. hörbaren Instrumente nicht variiert. Die Größe der Segmente ist geeignet zu wählen. Es sei explizit darauf hingewiesen, daß Tonhöhenunterschiede bei der Berechnung des Informationsgehalts nicht berücksichtigt werden. Deswegen braucht bei der Wahl der Segmentgröße auf melodische Veränderungen keine Rücksicht genommen zu werden.
Ist ein solches Zeitraster gefunden, wird durch Abhören für jedes Segment die Anzahl der klingenden Töne bestimmt. Die so erhaltenen Zahlen ergeben die Ereignisfolge.
Liegt die Improvisation als digitalisierte Aufzeichnung vor, kann die Visualisierung der Musik als wave-form auf dem Computer das Finden des geeigneten Zeitrasters unterstützen. Gewisse Programme ermöglichen dabei das gezielte Abhören bestimmter Stellen, womit die Bestimmung der Anzahl der hörbaren Töne vereinfacht wird.

Variante 2

Die folgende Methode bezieht sich nicht ausschließlich auf Improvisationen, sondern kann auf jegliche akustische Aufzeichnung angewandt werden. Ausgehend von einer Repräsentation des akustischen Signals resp. der Musik als wave-file, läßt sich mittels FOURIER-Analyse ein sog. Sonargramm erstellen. Dabei handelt es sich um eine graphische Darstellung der Amplitude der einzelnen Frequenzen im Zeitverlauf. Diesem Sonargramm liegt eine Matrix zugrunde, deren horizontale Richtung den Zeitverlauf symbolisiert und deren vertikale Richtung das Frequenzspektrum in einem bestimmten Rahmen abdeckt (z.B. 16-20000Hz - der hörbare Bereich).
Die Natur einer Matrix bringt mit sich, daß sowohl über die Zeitachse wie über den Frequenzbereich ein Raster gelegt wird, mit dessen Hilfe aus dem kontinuierlichen Signal eine endliche Anzahl von Werten ausgewählt wird. Von der Segmentgröße im Raster hängt wesentlich ab, wie genau die Musik repräsentiert wird. Durch zu große Abstände auf der Zeitachse könnten musikalische Figuren übergangen werden, durch zu kleine Abstände liefert die zugrundeliegende FOURIER-Analyse große Wertungenauigkeiten. Die Segmentgröße im Raster muß so bestimmt werden, daß kaum musikalische Information verloren geht. Ein Informationsverlust läßt sich natürlich nicht vermeiden. Aber wohlwollend sei hier lieber von Informationsreduktion gesprochen, im Sinne eines Herausfilterns der wesentlichen Strukturen. In Zukunft ist evtl. nach einem mathematischen Gütekriterium zu suchen, welches eine Bestimmung der Rastergröße zuläßt oder zumindestens eine qualitative Beurteilung des gewählten Rasters.
Die einzelnen Einträge der Matrix symbolisieren die Amplitude einer bestimmten Frequenz zu einem festgelegten Zeitpunkt. Die Methode zur Erzeugung des Sonargramms bringt mit sich, daß es sich hier bereits um gemittelte Werte über ein Frequenzband entsprechend dem angesprochenen Raster handelt. Die Ereignisfolge im Sinne des Abschnitts 3 wird wiederum als zeitliche Abfolge konstruiert. Dabei wird zu einem festgelegten Zeitpunkt, das entspricht

einer Spalte der Matrix, die Anzahl der Amplituden bestimmt, die ein vorgelegtes Niveau überschreiten. So werden alle hörbaren Frequenzen zu einem Zeitpunkt gezählt. Für diese Folge lassen sich nun Übergangswahrscheinlichkeiten berechnen.
Nachteil dieser Vorgehensweise ist eine Vernachlässigung der Phasen der Frequenzen. Die Segmentgröße des Zeitrasters stimmt in der Regel nicht mit der Phasenlänge einer Frequenz überein. Im ungünstigen Fall hat eine hörbare Frequenz stets geringe Amplitude zu den gewählten Rasterzeitpunkten und fällt so aus der Betrachtung heraus.
Es gilt evtl., eine Methode zur Vorverarbeitung der Matrix resp. des Sonargramms zu einer weiteren Matrix zu finden, deren Einträge nicht die Amplituden der einzelnen Frequenzen sind, sondern Lautstärkewerte, die keiner Schwankung innerhalb einer Phase unterliegen. Mathematisch gesprochen werden die Beträge der Maximalwerte der Amplituden jeder einzelnen Frequenz interpoliert. In dieser Matrix kann nun wiederum die Präsenz von Frequenzen zu einem bestimmten Zeitpunkt gezählt werden.
Auf die daraus gewonnene Folge ergeht das Prozedere der Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten. Um dies in der angedachten Weise durchführen zu können, müssen zuerst die technischen Voraussetzungen geschaffen werden. Die Leistungsfähigkeit der modernen Computer erlaubt inzwischen, derart aufwendige Berechnungen durchzuführen.[3] Allerdings müssen vorab Programme zur Berechnung geschrieben werden, die nach numerischen Kriterien stabil laufen. Der hohe Rechenaufwand kann einen großen Fehler in den Berechnungen mit sich bringen, der durch die Rechenungenauigkeit des Computer verursacht wird. Dieser Fehler ist in einem solchen Programm im kontrollierbaren Rahmen zu halten. Eine adäquate graphische Darstellung der Ergebnisse ist ebenfalls noch zu finden. Wie schon die Beispiele im Anhang zeigen, werden Balkendiagramme schnell groß und unübersichtlich. Eventuell lassen sich Hilfsmittel verwenden, die zur Visualisierung von wave-files gedacht sind, um die Ergebnisse sichtbar zu gestalten.

[3] Der Rechenaufwand für die Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten erhöht sich expotentiell mit der Länge der berücksichtigten Folgen, die einem Ereignis vorangehen. Wenn beispielsweise die Berechnung für eine Folge der Länge 2 fünf Minuten gedauert hat, so dauert die Berechnung für Folgen der Länge 3 dann 25 Minuten, für Folgen der Länge 4 dann 125 Minuten usw.

Anhang

Steve Reich - Clapping Music / Clap 2

Diagramm 1

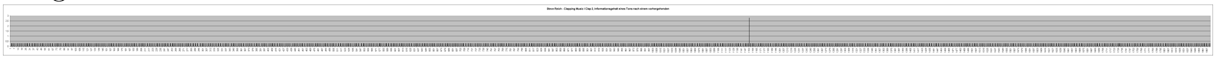


Diagramm 2

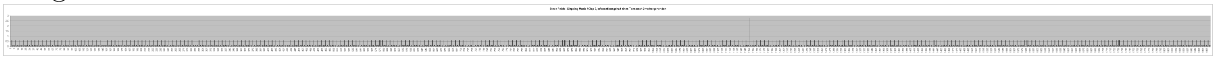


Diagramm 3

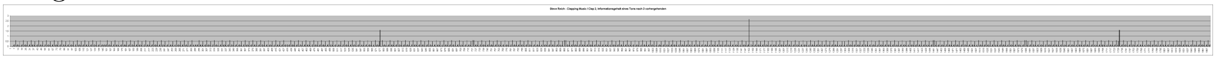


Diagramm 4

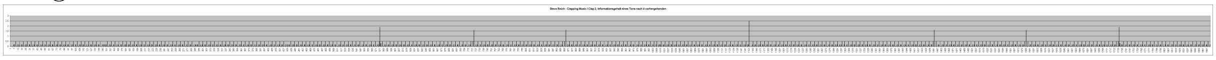


Diagramm 5

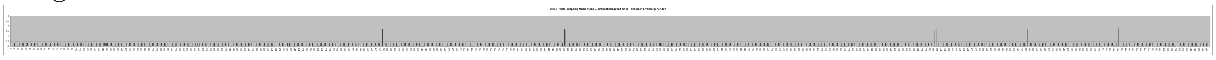


Diagramm 6

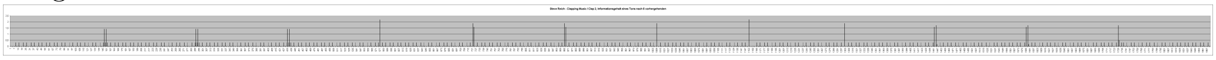


Diagramm 7

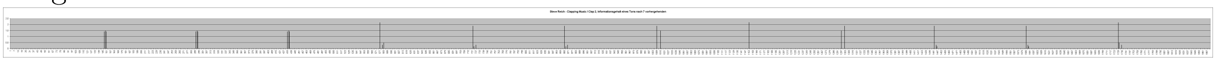


Diagramm 8

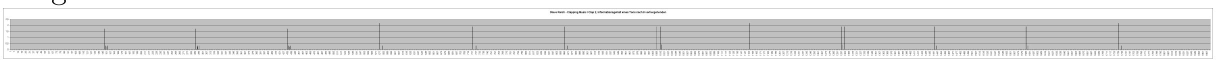


Diagramm 9

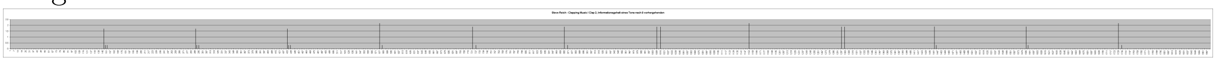


Diagramm 10

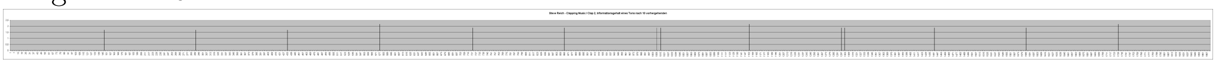


Diagramm 11

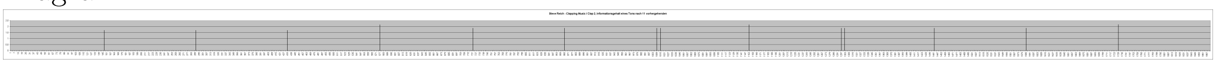
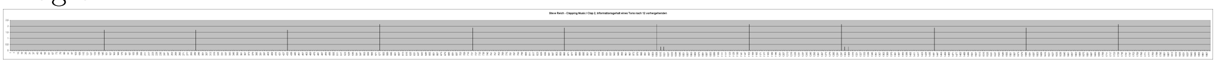


Diagramm 12



Steve Reich - Clapping Music / Anzahl der klingenden Töne pro Position

Diagramm 13

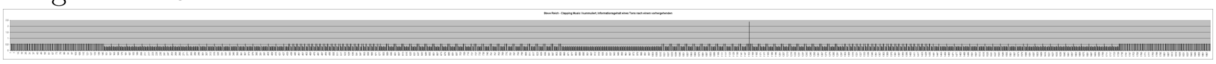


Diagramm 14

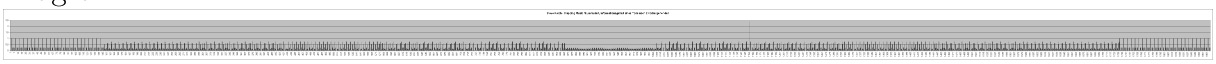


Diagramm 15

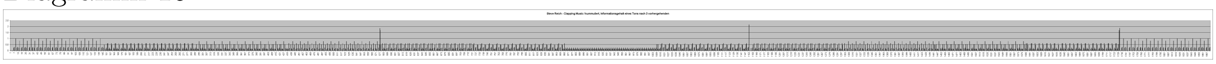


Diagramm 16

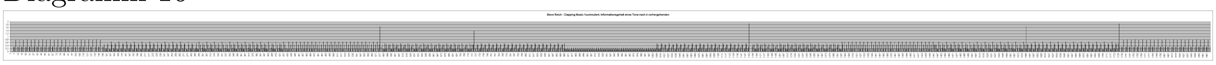


Diagramm 17

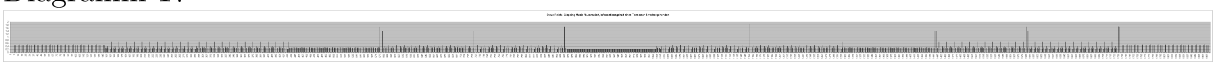


Diagramm 18

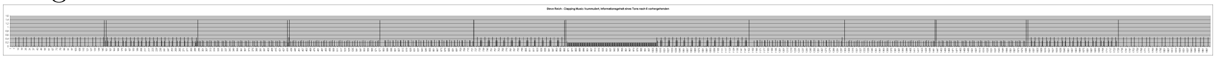


Diagramm 19

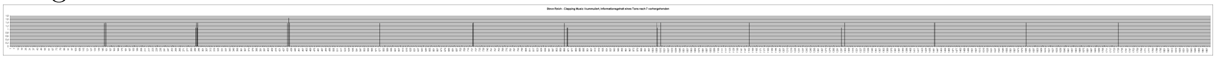


Diagramm 20

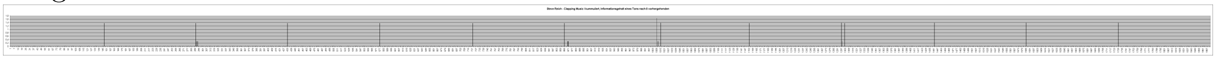


Diagramm 21

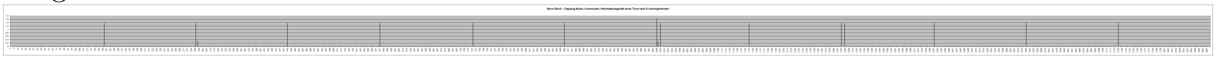


Diagramm 22

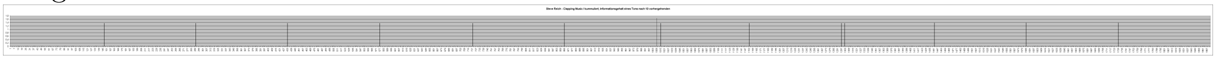


Diagramm 23

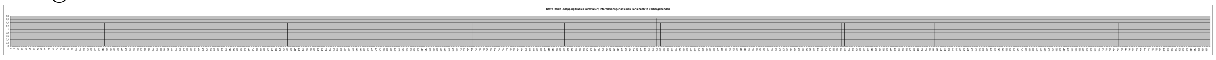
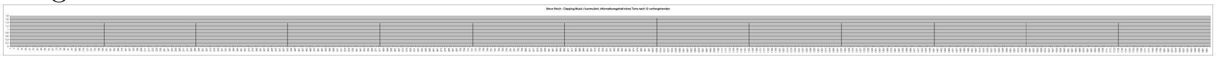


Diagramm 24



Johann Christoph Bach - Mit Fried und Freud fahr ich dahin

Diagramm 25

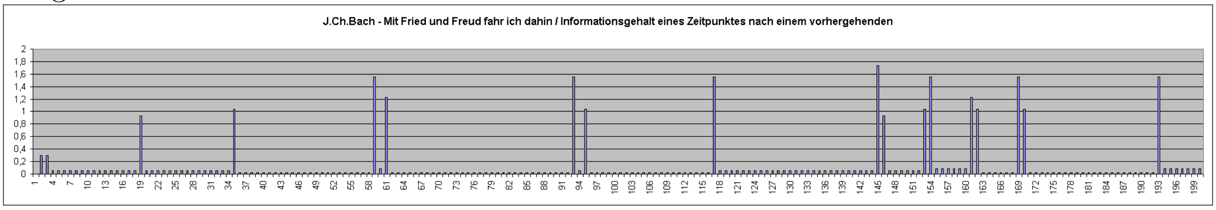


Diagramm 26

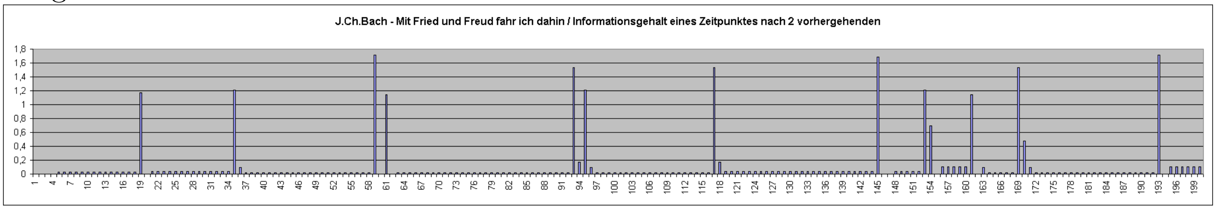


Diagramm 27

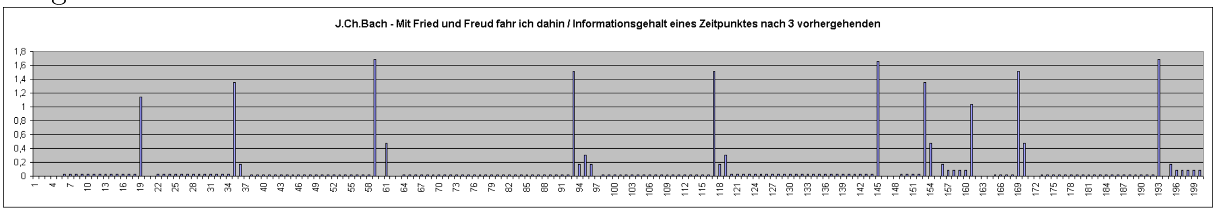


Diagramm 28

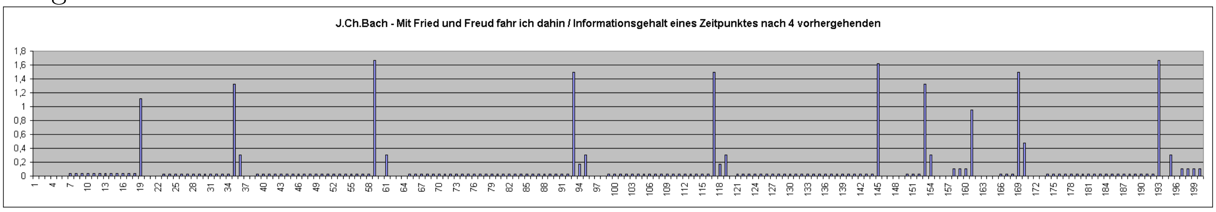


Diagramm 29

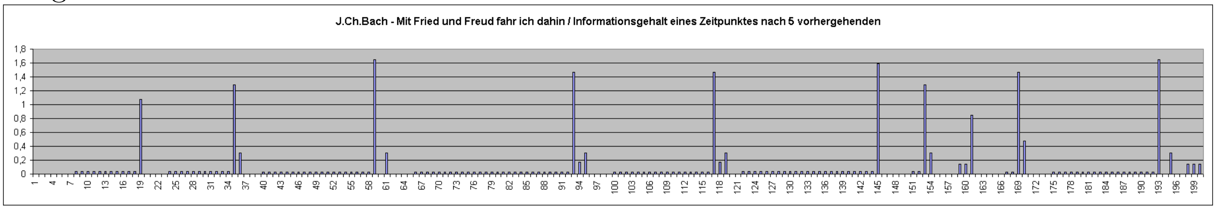


Diagramm 30

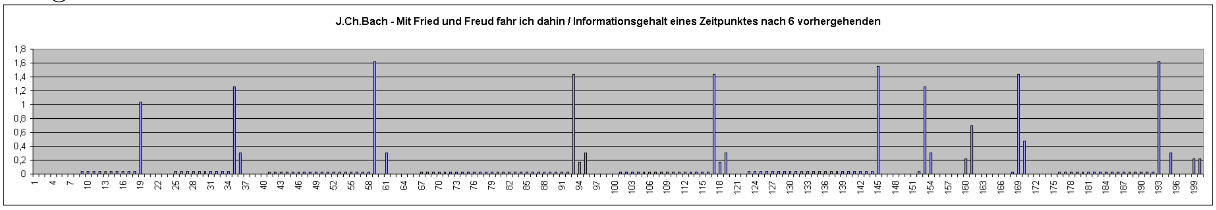


Diagramm 31

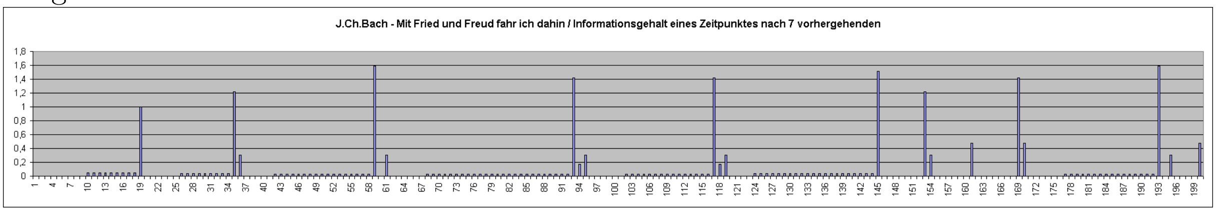


Diagramm 32

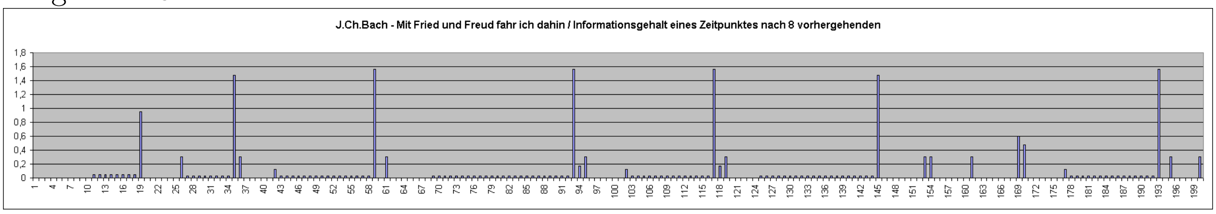


Diagramm 33

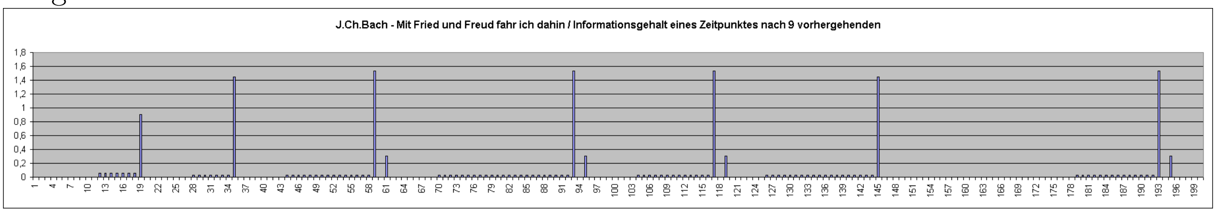


Diagramm 34

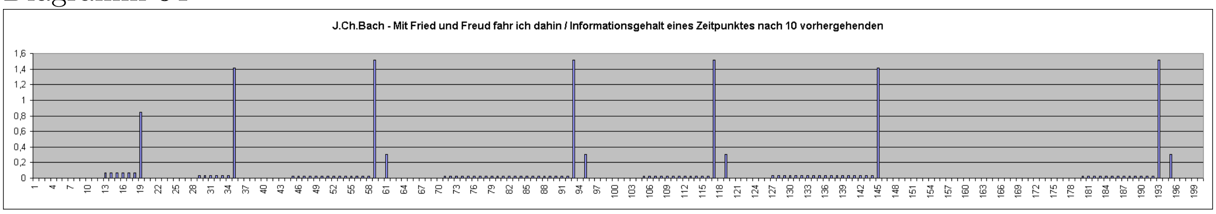


Diagramm 35